

응용수학 및 연습 (2학년 1학기) 2차 시험

2006년 5월 4일(수) 오후 7시-9시. 강원대학교 지구물리학과 이훈열 교수

1. 미분방정식 $y'' + y' - 2y = 0$ 을 거듭제곱급수 해법을 이용하여 풀어라(10점).
2. 급수 $\sum_{m=0}^{\infty} 2(m+1)mx^m$ 의 수렴반지름을 구하라(5점).
3. Legendre 방정식 $(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$ 에 $y = \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m$ 을 대입하여 풀었을 때 다음이 성립함을 보여라(10점).

$$a_{m+2} = -\frac{(n-m)(n+m+1)}{(m+2)(m+1)} a_m \quad (m=0,1,\dots)$$

4. Legendre 방정식의 해를 $y = a_0 y_0(x) + a_1 y_1(x)$ 의 형태로, 상수 항에서 x^5 항까지 나열하라(10점).
5. Legendre 함수 $P_n(x)$ 를 $n=0$ 에서 $n=5$ 까지 구하라. 단, $P_n(1)=1$ 을 만족하여야 한다(10점).
6. Bessel 방정식 $x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0$ 에 $y = \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^{m+r}$ 을 대입하여 풀었을 때, $r = \pm \nu$ 가 됨을 보여라(5점).
7. 위의 수식에서 $r = \nu$ 일 경우 다음이 성립함을 보여라(10점).

$$a_{2m} = \frac{(-1)^m}{2^{2m} m!(\nu+1)(\nu+2)\dots(\nu+m)} a_0 \quad (m=1,2,\dots)$$

8. 위의 수식에서 $\nu = n$ (정수)일 때 위 식은 다음과 같이 됨을 보여라(5점).

$$a_{2m} = \frac{(-1)^m n!}{2^{2m} m!(n+m)!} a_0 \quad (m=1,2,\dots)$$

9. 위 식에서 $a_0 = \frac{1}{2^n n!}$ 로 주어질 때 정의되는, n 차 제 1종 Bessel 함수 $J_n(x)$ 를 구하라(5점).

10. 함수 $t^2 e^{-3t}$ 의 라플라스 변환을 구하라(10점).

11. 함수 $\frac{5s-2}{s^2-s-2}$ 의 역라플라스 변환을 구하라(10점).

12. 다음의 초기값 문제를 라플라스 변환에 의해 풀어라(10점).

$$y'' + 2y' - 3y = 6e^{-2t}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -14$$

수고했습니다.